

小Q运动季 解题报告

山东省胜利第一中学 王子昱

2013年3月22日

Contents

1 题目大意	2
2 数据、算法分析	2

1 题目大意

给定 N 个未知数和 M 个同余方程，询问最多有多少个方程能够满足。

2 数据、算法分析

Test 1

此测试点只有一个未知数，每个方程模的数相同。因此我们算出每个方程的可能的解，然后统计出现次数最多的一个。

Test 2

此测试点只有一个未知数，每个方程模的数不同。我们可以用中国剩余定理合并答案。

Test 3

300个未知数，300个方程。模的数相同且为质数。
尝试使用模运算意义下的高斯消元。发现所有方程都能满足。

Test 4

每个方程模的数相同。其中有800个方程可以归为20组，每组中包含不能同时满足的两种方程，剩下的45个没有明显特征。

但这已经足够了。枚举每组中选择哪一个，求出解之后带入剩下的方程中验证，更新答案。

Test 5

100个未知数，100个方程，模的数是合数。

将模的数分解之后，得到9组方程，每组方程用高斯消元求解，最后用中国剩余定理合并。所有方程都能满足。

Test 6

50个未知数，50个方程，模的数没有明显特征。
尝试使用Test 5中的方法，得解。

Test 7

50个未知数，200个方程。模的数相同。

对每个未知数，有3个方程具有 $x_i = a_{ij}$ 的形式 $1 \leq j \leq 3$ ，对每个 i ， a_{ij} 两两不同。剩下的50个方程是相同的。

策略为最后的50个方程必须满足，其他方程中每三个选一个。DP确定。

Test 8

50个未知数，50个方程。模的数不同。

尝试使用Test 6的方法，发现所有方程无法同时满足。枚举不能被满足的方程的数量，再枚举未被满足的方程。发现可以同时满足49个。

Test 9

与Test 1同类。

Test 10

50个未知数，90个方程。没有明显特征。

尝试使用Test 8的方法，很长时间没有出解。

注意到将模的数分解、将方程分组之后，每组中的方程的系数是相同的，但是结果不同。因此那些方程无法同时满足。将方程看做图中的点，将无法同时满足的方程连边，我们要求出这个图的最大独立集。这一问题可以用搜索+剪枝完成。贪心也是可以考虑的做法。