

# KRY 解题报告

山东省胜利第一中学 王子昱

2013 年 3 月 22 日

## Contents

1 题目大意	2
2 算法分析	2

## 1 题目大意

给定N个数 $A[1..n]$ ，统计满足以下要求的X数组的数目：

1.  $0 \leq X_i \leq A_i$
2.  $X_1 \text{ xor } X_2 \text{ xor } \dots \text{ xor } X_n = 0$
3.  $X_1 + X_2 + X_3 \dots + X_n > 0$

$N \leq 50, A_i \leq 2^{31}$ 。

## 2 算法分析

首先，第三个约束是没有意义的，因为 $X_i = 0$ 恒为一组解，所以我们可以把它从答案中减去。

为了方便讨论，我们把第二个约束改为 $0 \leq X_i < A_i$ 。于是对于每个 $i$ ，存在 $k_i$ 使得 $X_i$ 和 $A_i$ 的最高的 $k_i$ 个二进制位相同，在第 $k_i - 1$ 位 $A_i$ 为1，而 $X_i$ 为0。

在 $k_i$ 固定的情况下，我们考虑可能的方案的分布。我们将所有数按照低位对齐放到一个表格中，如图所示，每个数的前 $k_i$ 位用蓝色标出，如前所述，最高的 $k_i + 1$ 位都已被固定。考虑每个数的剩下的位（棕色标出）。如果对于每一位，我们在任意一个数中选一个位置固定下来，那么我们可以任意分配剩下的格子，之后调整之前固定的格子使得所有数的异或值为零。于是这种情况对答案的贡献值就是 $2^{\text{棕色格子数} - (\text{MaxBit} - \min(k_i))}$ 。当然，如果已被固定的前 $\min(k_i) + 1$ 位的异或值不为零，那么这种情况是不合法的，对答案的贡献值为零。

1	0	0	1	0	1	0	0	A_1
0	1	0	1	1	1	0	0	A_2
1	1	0	0	0	0	0	1	A_3
1	0	1	0	1	0	1	0	A_4
1	0	1	1	0	0	0	0	A_5

Figure 1:

于是我们可以DP。设 $dp[i][k][v]$ 表示前 $i$ 个数， $\min(k_i) = k$ ，第 $k + 1$ 位的异或值为 $v$ 的情况下的方案数。转移时枚举 $X_{i+1}$ 与 $A_{i+1}$ 从最高位起相同的

位数，最终的答案为

$$\sum_{A_1 \text{ xor } \dots \text{ xor } A_n \text{ 的前 } i \text{ 位为零}} dp[n][i][0]$$

。算法的复杂度为 $O(N \log^2 \max(A_i))$ 。