

分配游戏 解题报告

东北师大附中 王康宁

摘要

2013年集训队互测解题报告。

1 题目简述

定义一种分配方案为：把给定的正整数 N ($N \leq 10^9$) 拆分成有序的三个非负整数的和。

定义方案A“战胜”方案B为：依次比较两种方案拆分出的三个非负整数的大小，较大者积一分，若A的总分大于B的总分，则称方案A“战胜”方案B。

给出一个由 M ($M \leq 10^5$) 种分配方案组成的集合，和 T ($T \leq 10^5$) 次询问。每次询问给出的方案能战胜多少种集合中的方案。保证输入的所有方案中，三个数均非负，且和为 N 。

2 解题思路

对于一次询问，假设它胜了 W 场，负了 L 场，平了 D 场。显然，有：

$$W + L + D = M \quad (1)$$

注意到两种方案A, B之间的三次比较中，A较大的次数与A较小的次数最多相差一。因此， $W-L$ 就是所有 $3*M$ 次单项比较中，所询问方案较大的次数与较小的次数的差。这个可以用二分查找求得，设：

$$W - L = X \quad (2)$$

联立(1)、(2)，有：

$$W = (M + X - D)/2 \quad (3)$$

剩余的工作就是求出D。注意到只要有一次比较是平局，两种方案的比较就是平局，所以先求出所有单项的平局次数，此时只有三次全平的比较被重复计算了两次，从中减掉即可。这一过程可以使用二分查找，或者利用STL map，在 $O(\log M)$ 时间内完成。

时间复杂度： $O((M + T) * \log M)$

空间复杂度： $O(M)$