park 解题报告

杭州外国语学校　陈立杰

Contents

1 题目大意

有一棵树有n个点，同时有m种糖果。第i个点上有糖果C_i。

每次会出现一个顾客，从a点走到b点，在每个节点都吃一个上面的糖果。

对于糖果种类c，第i次吃种类c的糖果的喜悦值是$W_i \cdot V_c$。

有Q个操作分为两种，一种是某个点的糖果改变了，一种是询问从a点到b点一路吃过去喜悦值的和。

2 数据规模与约定

编号	n	m	q	其它限制
1	≤ 20	≤ 20	≤ 20	无
2	≤ 2000	≤ 2000	≤ 2000	
3	≤ 10000	≤ 10000	≤ 10000	
4	≤ 80000	≤ 100	≤ 80000	没有修改操作；给出的图构成一条链
5	≤ 90000	≤ 100	≤ 90000	
6	≤ 80000	≤ 80000	≤ 80000	没有修改操作
7	≤ 90000	≤ 90000	≤ 90000	
8	≤ 80000	≤ 80000	≤ 80000	给出的图构成一条链
9	≤ 90000	≤ 90000	≤ 90000	
10	≤ 100000	≤ 100000	≤ 100000	无

3 30%的做法

前3个点的数据规模很小，我们直接使用暴力模拟就能获得30分。

复杂度是$O(nQ)$

4 50%的做法

考虑4,5两个点，注意到首先这是一条链，其次$m \le 200$，并且没有修改操作。

由于对于每个颜色，它造成的喜悦值只跟该颜色的个数有关，我们可以预处理出它的部分和。

对每个询问我们直接考虑每个颜色，计算出这个颜色整体的喜悦值。

复杂度是$O(m(Q+n))$

5 70%的做法

注意到6,7两个点没有修改操作，我们不妨直接计算所有的询问。

注意到如果我们知道了(a, b)的答案，并且维护了每个颜色的个数。那么如果我们想要知道(p, q)的答案，最多只需要修改$|a \to p| + |b \to q|$次。($|a \to b|$表示树中a，b两点的距离)。

5.1 DFS序的一个性质

我们对树进行DFS，在进入和退出一个点的时候在序列中各加上该点一次。

这样我们就得到了一个$2n$个点的序列，令i第一次出现在位置ord_i。

考虑两个点a，b，假设$ord_a < ord_b$，可以发现从ord_a开始序列对应了一个在dfs的时候一直从a走到b的过程。这个过程自然包含了$a \to b$路径上的所有边。

因此我们可以发现$|a \to b| \le |ord_a - ord_b|$.

5.2 一个经典的离线做法

那么我们直接将(a, b)对应到二维点(ord_a, ord_b)。

注意到从二维点p的答案进行一些改动变成二维点q的答案，代价小于等于两者的曼哈顿距离。

我们不妨将点按$\lfloor \frac{ord_a}{\sqrt{n}} \rfloor$分成$\sqrt{n}$块，每块按$ord_b$排序分别处理。

那么可以计算出此时的复杂度是$O((n+Q)\sqrt{n})$。

6 100%的做法

我们现在重新考虑这个问题，我们将询问变成(a, b, q)表示在时间q询问(a, b)的答案。

那么我们同样可以发现，如果我们知道了(a, b, q)的答案并且维护了每个颜色的个数，我们可以在$|a \to a'| + |b \to b'| + |q - q'|$的时间内算出$(a', b', q')$的答案。

那么我们将点对应成三维点(ord_a, ord_b, q)，可以发现跟70%的做法有些类似。

我们继续采取同样的做法，我们将点按$(\lfloor \frac{ord_a}{n^{\frac{2}{3}}} \rfloor, \lfloor \frac{ord_b}{n^{\frac{2}{3}}} \rfloor)$分成$n^{\frac{2}{3}}$组。对每组按照$q$排序，然后分别计算。

此时我们可以发现复杂度就变成了$O((n+Q)n^{\frac{2}{3}})$。能够圆满解决问题。