

最远点

时间限制: 2.0s 内存限制: 256.0MB

问题描述

给你一个 N 个点的凸多边形, 求离每一个点最远的点。

输入格式

本题有多组数据, 第一行一个数 T , 表示数据组数。

每组数据第一行一个数 N , 表示凸多边形点的个数, 接下来 N 对数, 依次表示 $1 \sim N$ 这 N 个点的坐标, 按照逆时针给出。

输出格式

对于每组数据输出 N 个数, 第 i 个数表示离第 i 个点最远的点的编号, 如果有多个最远点, 输出编号最小的。

样例输入

```
1
4
0 0
1 0
1 1
0 1
```

样例输出

```
3
4
1
2
```

数据规模和约定

坐标的绝对值在 $1e9$ 以内;
任意点对距离数值的平方不会超过 `long long`;
令 s 为每组数据凸多边形点数之和;
对于 20% 的数据, $s \leq 2000$;
对于 50% 的数据, $s \leq 50000$;
对于 100% 的数据, $s \leq 500000$;
数据有梯度。

题解

【大暴力之术】

直接对于每一个点， $O(N)$ 的找到离他最远的点，时间复杂度 $O(n^2)$ ，期望得分 20。

【数据结构】

利用 KD-TREE 优化寻找最远点的时间，注意，KD-TREE 只不过是常数优化，但是由于这道题中，所有点，甚至是查询的点，都是在一个凸多边形上面，所以 KD-TREE 的速度还比较可观，但是对于过掉所有的测试点，还是有点力不从心，也许加入大量的常数优化以后能够通过，不过本人的 KD-TREE 得到了 50 分，可能有一些逆天的针对性的常数优化，因此，使用 KD-TREE 的期望得分为 50~100。

第二种数据结构自然就不得不提了，最远点 voronoi 图，令人战栗的数据结构= =，实际上用它来实现这道题复杂度是 $O(N)$ 的，但是不得不从编程复杂度来考虑，不可取。

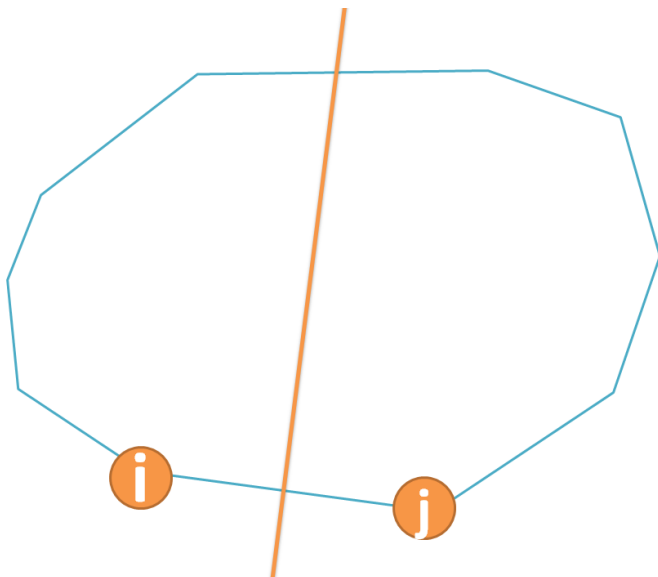
【各种奇葩算法】

这道题当时是帮刘汝佳老师验题的时候做的，实际上就是冬令营讲义后面的那道题，这道题不缺各种奇葩算法，首先可以想到的是对踵点，这是个不错的算法，可惜是不能求每一个点的最远点的，我们可以考虑在对踵点附近寻找一下，不过很不幸的是，这个算法在处理瘪长的多边形的时候基本上对不了，因此我的数据中加入了椭圆这样子的数据。

三分，三分是个不错的想法，因为这个距离比较具有单峰性质，因此，我特意加入了半圆这样的数据，实际上，除了圆心的哪一个点，其他点都是具有单峰性质的，在现场考试的时候周而进神犇用局部三分法通过了当时 20000 的数据，他的做法是把这个凸多边形看成若干段，每段三分。

【分析】

可以发现一个性质，就是这玩意实际上具有决策单调性。我们不考虑某一个点的最远点是谁，而是考虑这个点可以成为那些点的最远点，如下图，我们比较点 i 和点 j 谁更优：



这里我们做一条垂直平分线，就可以确定这两个点的优势区间了，而找到那一个分界点，我们可以通过二分得出。

由于具有决策单调性，我们就可以直接利用专门优化决策单调性 DP 的方法来优化这道题了，决策单调性，大家可以详见当年 NOI2009 《诗人小基》。

最后这道题复杂度为 $O(N \log N)$ ，期望得分 100 分。

附：《1D1D 动态规划优化初步》



Microsoft Office
Word 97-2003 文档